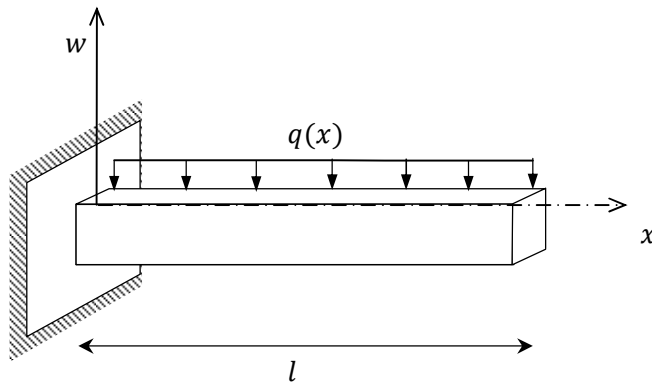


۱- نشان دهید مخروطی با بیشترین حجم را که می‌توان در داخل یک کره محاط کرد، دارای ارتفاعی برابر $\frac{2}{3}$ قطر کره است. هم‌چنین ثابت کنید به ازای همین ارتفاع، سطح جانبی مخروط بیشترین مقدار را دارد.

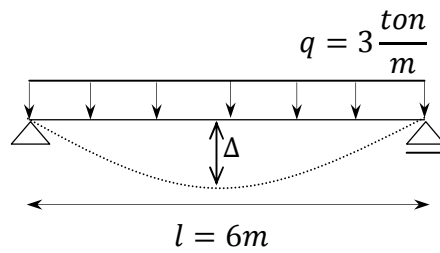
۲- معادلات تعادل و شرایط مرزی مربوط به یک سازه الاستیک را با می‌نیم کردن انرژی پتانسیل سازه به دست آورید. این موضوع را برای یک تیر اوپلر-برنولی یک سر گیردار تشریح نمایید و در مورد انواع شرایط مرزی صحبت کنید. فرض کنید انرژی پتانسیل چنین تیری از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V \sigma \varepsilon dv - \int_0^l q(x) w dx$$

$$\varepsilon = -y \frac{d^2 w}{dx^2} \quad , \quad \sigma = E \varepsilon$$



۳- تیر دو سر مفصل به طول ۶ متر تحت بار گسترده یکنواخت ۳ تن بر متر را در نظر بگیرید. تابع سطح مقطع تیر $A(x)$ و جرم می‌نیم تیر را به قسمی به دست آورید که تغییر مکان وسط تیر برابر ۳ سانتی‌متر باشد.



$$E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, \quad \rho = 7800 \text{ kg/m}^3, \quad I(x) = 2,9[A(x)]^2$$